



MAT 2377
Final Exam (Solutions)

December 21 2016
Time: 3 hours

Professor M. Alvo

Name: _____

Student number: _____

- **This is an open book examination. Only official faculty calculators are permitted.**
- **Record your answers directly on this questionnaire in the boxes indicated. Marks will be given *only* for answers in the appropriate boxes; no rough work will be graded.** Each correct answer is worth 3 marks. Several questions have been translated into French.
- Cellular phones, unauthorized electronic devices or course notes (unless an open-book exam) are not allowed during this exam. Phones and devices must be turned off and put away in your bag. Do not keep them in your possession, such as in your pockets. If caught with such a device or document, the following may occur: academic fraud allegations will be filed which may result in you obtaining a 0 (zero) for the exam. By signing below, you acknowledge that you have ensured that you are complying with the above statement.

Question	Answer	Question	Answer	Question	Answer	Question	Answer
1	D	6	C	11	B	16	E
2	A	7	B	12	E	17	B
3	C	8	E	13	B	18	C
4	E	9	D	14	D	19	A
5	C	10	A	15	D	20	D

1. The owner of a bookstore has 10 science books that he wishes to place on a bookshelf. Of these 4 are on mathematics, 3 are on chemistry, 2 on physics and 1 on biology. In how many ways can the books be placed so that those dealing with the same subject are placed together on the shelf?

Le propriétaire d'une librairie a 10 livres de science qu'il souhaite placer sur une étagère. Parmi ces livres, 4 sont sur les mathématiques, 3 sont sur la chimie, 2 sur la physique et 1 sur la biologie. Dans combien de façons les livres peuvent être placés de telle sorte que ceux qui traitent du même sujet sont placés ensemble sur l'étagère?

- a) $10!$ b) $\frac{10!}{4!3!2!1!}$ c) $4!3!2!1!$ d)* $4!4!3!2!1!$
e) $4!$

2. An electronics store sells two types of cellular phones: the standard phone and the delux phone. On the basis of long term experience, the probability that a customer will purchase the standard type is 0.75. Among those that purchase the standard phone, 60% will also purchase a carrying case. On the other hand, only 30% of customers who purchase the delux phone will also purchase a carrying case. A customer randomly chosen purchases a phone and a carrying case. What is the probability that he purchased a standard phone?

Un magasin d'électronique vend deux types de téléphones cellulaires: le téléphone standard et le téléphone delux. Sur la base d'une expérience à long terme, la probabilité qu'un client achète le type standard est de 0,75. Parmi ceux qui achètent le téléphone standard, 60% achèteront également une étui de transport. D'autre part, seulement 30% des

clients qui achètent le téléphone delux vont également acheter une mallette de transport. Un client choisi au hasard achète un téléphone et un étui de transport. Quelle est la probabilité qu'il ait acheté un téléphone standard?

- a)* $\frac{6}{7}$ b) $\frac{9}{20}$ c) $\frac{21}{40}$ d) $\frac{9}{10}$ e) $\frac{3}{4}$

3. The joint density function of X and Y is given below:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{6-x-y}{8}, & 0 < x < 2, 2 < y < 4 \\ 0 & elsewhere \end{cases}$$

Compute $P(1 < Y < 2)$.

La densité conjointe de X et de Y est donnée ci-dessus. Calculez $P(1 < Y < 2)$.

- a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{1}{2}$ c)* $\frac{7}{8}$ d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{4}{7}$

4. In a recent experiment it was discovered that 17 car floor mats out of 400 tested were defective. Calculate a 95% confidence interval for the true proportion of defective floor mats.

(Round up your answer to four decimals).

Dans une récente expérience, on a découvert que 17 tapis de sol de voiture sur 400 testés étaient défectueux. Calculez un intervalle de confiance de 95% pour la proportion vraie de tapis de sol défectueux

- a) 0.0425 ± 0.0101 b) 0.0425 ± 0.0278 c) 0.0425 ± 0.0166 d) 0.0425 ± 0.0063 e)* 0.0425 ± 0.0198

5. In an assembly line producing small transistors we take 20 batches of 50 units each. We observe a total of 200 defectives. Construct a control chart for the fraction defective, providing the upper and lower control limits.

Dans une chaîne de montage produisant de petits transistors, nous prenons 20 lots de 50 unités chacun. Nous observons un total de 200 défectueux. Construire un carte de contrôle pour la proportion de défectueux, en fournissant les limites de contrôle supérieure et inférieure

- a) 0.000, 0.4683 b) -0.0683, 0.4683 c)* 0.0303, 0.3697 d) 0.0891, 0.3109 e) 0.0247, 0.4683

- La valeur de la statistique utilisée pour ce test ainsi que la conclusion sont:

- a) -12.9 , reject H_0
c)*-1.67, do not reject H_0

- a) 26,140 b)* 26,145 c) 21,145 d) 26,41 e) 26,46

- 3119, 2657, 3459, 3629, 3345, 3629, 3515, 3856, 3629, 3345, 3062

$$\bar{x} = 3386,$$

a) 3386 ± 260.87 b) 3386 ± 183.57 c) 3386 ± 10.83 d) 3386 ± 225.71 e)*
 3386 ± 198.56

9. We would like to conduct a survey to determine the proportion of the population in favour of photo-radar. What would be the sample size required to have a 95% confidence in the estimate and a maximum error of 0.02?

Nous aimerions mener une enquête pour déterminer la proportion de la population en faveur du photo-radar. Quelle serait la taille de l'échantillon requis pour avoir une confiance de 95% dans l'estimation et une erreur maximale de 0,02?

a) 4802 b) 1692 c) 1205 d)*2401 e) 25

10. We observe a random sample $X_1, \dots, X_{100}$ from a Geometric distribution with mean 2.5 and variance 3.75. Ignoring the discrete distribution correction, use the central limit theorem to approximate $P(2 < \bar{X} \leq 3)$ to two decimals

a)* 0.99 b)0.31 c)0.69 d)0.95 e)0.96

11. A receptionist receives on average two calls per minute. If the number of calls received follow a Poisson process, what is the probability that the receptionist will receive at most 4 calls in the next 5 minutes?

Un réceptionniste reçoit en moyenne deux appels par minute. Si le nombre d'appels reçus suit un processus de Poisson, quelle est la probabilité que le réceptionniste reçoive au maximum 4 appels dans les 5 prochaines minutes?

a) 0.9275 b)* 0.0293 c) 0.9707 d) 0.0725 e) 0.9897

12. A receptionist receives on average two calls per minute. If the number of calls received follow a Poisson process, what is the probability to 4 decimals that the receptionist will have to wait more than 5 minutes before receiving the fourth call?

Un réceptionniste reçoit en moyenne deux appels par minute. Si le nombre d'appels reçus suit un processus de Poisson, quelle est la probabilité à 4 décimales que le réceptionniste devra attendre plus de 5 minutes avant de recevoir le quatrième appel?

a) 0.1247 b) 0.2650 c) 0.0028 d) 0.0293 e)* 0.0103

13. Water samples in Flint Michigan were taken in order to evaluate the amount fecal coliform (counts per 100 milliliters) in a small area. Ten

samples were taken and two methods were used on each of the samples for measuring the amount of fecal coliform. It is desired to test if the methods provide the same results on average. Test at the 5% significance level whether or not there is a difference between the means of the methods using the data below. Provide the value of the test statistic and specify whether or not method A is better than method B.

Des échantillons d'eau à Flint Michigan ont été prélevés afin d'évaluer la quantité de coliformes fécaux (dénombrement par 100 millilitres) dans une petite zone. Dix échantillons ont été prélevés et deux méthodes ont été utilisées sur chacun des échantillons pour mesurer la quantité de coliformes fécaux. On souhaite vérifier si les méthodes fournissent les mêmes résultats en moyenne. Testez au niveau de signification 5 % s'il y a ou non une différence entre les moyennes des méthodes en utilisant les données ci-dessous. Fournir la valeur de la statistique de test et préciser si la méthode A est meilleure que la méthode B.

Method A	2300	1200	450	210	270	450	154	179	192	230
Method B	2010	930	400	436	4100	2090	219	169	194	174
Difference	290	270	50	-226	-3830	-1640	-65	10	-2	56

$$\bar{d} = -508.7, s_D = 1290.512$$

a) $t = 0$ A and B are equally good b)* $|t| = 1.247$ A and B are equally good c) $t = -1.247$ B has lower mean than A d) $t = -12.47$ A has higher mean than B e) $t = -1.247$, A and B are equally good

14. Suppose that we wish to compare the mean thickness of hockey pucks produced by two different manufacturers. Assuming normal distributions, test the hypothesis that $\mu_X = \mu_Y$ against the alternative that they are different using a 5% significance level and assuming a common but unknown variance for the two distributions. Specify the value of your statistic to two decimals.

Section	sample mean	sample standard deviation	sample size
Manufacturer A (X)	1.1	0.05	10
Manufacturer B (Y)	1	0.06	15

- a) 1.78, reject H_0 b) 1.08, do not reject H_0 c) 4.35, do not reject H_0
 d)*4.35 reject H_0 e) 1.78, do not reject H_0

15. The lifetimes of 5 car batteries in years are 1.9, 2.4, 3.0, 3.5, 4.2 .Calculate a 90% confidence interval for the variance assuming a normal distribution.

Note $\bar{x} = 3, s^2 = 8.15$

- a) (4.17, 92.61) b)(1.46, 32.44) c) (1.20, 16.06)
 d)* (3.44, 45.85) e) (4.19, 30.64)

16. Suppose that in a linear regression problem involving 12 observations we find that

$$b_1 = 0.742, \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = 217.709, \sum (x_i - \bar{x})^2 = 756.1$$

Determine a 95% confidence interval for the slope (use two decimals)

- a) 0.742 ± 1.310 b) 0.742 ± 0.120 c) 0.742 ± 0.337 d) 0.742 ± 0.972
 e)* 0.742 ± 0.378

17. The grades for 8 students on a midterm (x) and on the final exam (y) are indicated below. Find the best fitting linear regression line and estimate the final grade of a student who received a grade of 85 on the midterm.

x	77	50	72	81	94	96	99	67
y	82	66	78	34	47	85	99	68

$$\sum x_i = 636, \sum y_i = 559, \sum x_i y_i = 44919, \sum x_i^2 = 52516$$

- a)38.2 b) *71.2 c) 64.7 d) 81.8 e) 50.4

18. How many tosses for a fair die can one expect to throw in order to obtain the first “6”?

Combien de lancers d’un de equilibre serait-il necessaire en moyenne pour obtenir le premier 6?

- a)2 b) 3 c)* 6 d) 5 e)4

19. We select at random 10 numbers from a standard normal distribution. What is the probability that at most 2 of them will be less than 0?
On choisit 10 chiffres au hasard a partir d'une distribution normale standard. Quelle est la probabilite qu'au plus 2 seront inferieur a 0?
- a)* 0.0547 b) 0.0500 c) 0.0250 d) 0.044 e)0.9453
20. The joint density of two random variables X, Y is given by

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-x} & 0 < y \leq x < \infty \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

What is the marginal density of X ?

- a) $1 - e^{-x}, x > 0$ b) $e^{-x}, x > 0$ c) $1 - xe^{-x}, x > 0$ d)* $xe^{-x}, x > 0$